# Informatique tronc commun TP 10

14 février 2014

Note : après la séance, vous devez rédiger un compte-rendu de TP et le faire parvenir à votre enseignant, au plus tard une semaine après la séance de TP.

Ce compte-rendu sera pour cette séance le fichier python contenant le code demandé (avant chaque question, on reportera en commentaire le numéro de la question),

Le nom de votre fichier python sera **impérativement** forme `dupont_jean_tp10.py`, où `dupont` est à remplacer par votre nom et `jean` par votre prénom, les deux étant en **minuscules** (même la première lettre) et **sans caractère accentué**.

Dans la mesure du possible, on justifiera le code demandé par des invariants.

## 1 Problème physique considéré

On considère un satellite orbitant autour de la Terre.

Pour simplifier, on considérera le problème en dimension 2, dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen.

On notera $M(x, y)$ la position du satellite. On notera $\vec{u}$ le vecteur $\frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$ : c'est le vecteur de même sens et direction que $\overrightarrow{OM}$.

On supposera que le satellite est soumis à la seule force de la gravitation exercée par la Terre, supposée ponctuelle. On en déduit que l'accélération $\vec{a}$ subie par le satellite vérifie

$$\vec{a} = -\frac{\mu}{OM^2}\vec{u} \tag{1}$$

où $\mu$ est le paramètre gravitationnel standard de la Terre (appelé aussi constante gravitationnelle géocentrique), égal à $GM$ où $G$ est la constante de gravitation universelle et $M$ la masse de la Terre.

L'équation s'écrit également

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = -\frac{\mu}{(x^2+y^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{2}$$

On désire calculer la position du satellite étant données sa position initiale $(x_0, y_0)$ et sa vitesse initiale $(v_{x_0}, v_{y_0})$ entre l'instant initial $t_0$ et un instant $t_1$.

Pour tout l'énoncé on prendra les choix suivants :

$$
\begin{aligned}
x_0 &= 7200km \\
y_0 &= 0 \\
v_{x_0} &= 0 \\
v_{y_0} &= 7,28km/s \\
t0 &= 0 \\
t1 &= 24h
\end{aligned}
$$

Et on prendra $\mu = 398600km^3s^{-2}$

Note : on aura intérêt à tout exprimer en unités SI. Par exemple en écrivant :

```
m = 1. # USI
s = 1. # USI
km = 1000 * m
min = 60 * s
h = 60 * min

mu = 398600 * km**3 * s**-2

x0 = 7200 * km
y0 = 0
vx0 = 0
vy0 = 7.28 * km / s
t = 24 * h
```

## 2 Représentation sous forme d'une équation différentielle d'ordre 1

En notant $X$ le vecteur $(x, y, \dot{x}, \dot{y})$, on a

$$
\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = F(X) \tag{3}
$$

où

$$
F : \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} c \\ d \\ -\dfrac{\mu a}{(a^2+b^2)^{3/2}} \\ -\dfrac{\mu b}{(a^2+b^2)^{3/2}} \end{pmatrix}
$$

# 3 Travail demandé

Écrire une fonction `trace_positions(U, f)` prenant en argument un tableau $U$ contenant une liste de valeurs calculées pour $X$ à différents instants successifs, traçant la courbe des $(x, y)$ correspondants à ces valeurs de $X$ (utiliser pylab ) et la sauvant dans le fichier $f$.

Pour chacune des méthodes ci-dessous, il s'agira de simuler numériquement le mouvement du satellite entre l'instant $t_0$ et l'instant $t_1$.

Pour cela on écrira une fonction avec le nom demandé prenant en argument un entier $n$ et effectuant la méthode demandée avec un pas $\delta = (t_1 - t_0)/n$ et retournant un tableau $U$ contenant les valeurs calculées pour $X$ aux instants $t_0 + k\delta$ pour $k \in [\![0, n+1[\![$.

À chaque fois, on regardera le tracé obtenu pour un calcul en $n = 100$ pas et on tentera un commentaire critique du résultat obtenu.

## 3.1 Méthode d'Euler explicite

Étudier la méthode d'Euler explicite. Vous appellerez `euler_exp(n)` votre fonction.

## 3.2 Méthode de Heun

Étudier la méthode de Heun. Vous appellerez `heun(n)` votre fonction.

## 3.3 Méthode de Runge Kutta

Étudier la méthode de Runge Kutta explicite. Vous appellerez `rk4(n)` votre fonction.

## 3.4 Utilisation des méthodes de scipy

Étudier la méthode proposée par Scipy (fonction `odeint`). Vous appellerez `scipy(n)` votre fonction.